høgskolen i oslo

AVDELING FOR INGENIØRUTDANNING

EKSAMENSOPPGAVE

Emne:		Emnekode:	Faglig veileder:
Diskret matematikk		**FO 018A**	Ulf Uttersrud
Gruppe(r):		Dato: **10.12.2003**	Eksamenstid: **9 - 12**
Eksamensoppgaven består av:	Antall sider (inkl. forsiden): **3**	Antall oppgaver: **10**	Antall vedlegg: **0**
Tillatte hjelpemidler:	Alle skriftlige – både trykte og håndskrevne, samt alle typer lommekalkulatorer, er tillatt		

Kandidaten må selv kontrollere at oppgavesettet er fullstendig. Ved eventuelle uklarheter i oppgaveteksten skal du redegjøre for de forutsetninger du legger til grunn for løsningen.

Utarbeidet av (faglærer):	Kontrollert av (en av disse):			Studieleders/ Fagkoordinators underskrift:
	Annen lærer	Sensor:	Studieleder/ Fagkoordinator	
Ulf Uttersrud		Roy Istad		

Avdeling for ingeniørutdanning • Cort Adelersgate 30 • 0254 Oslo • tlf: 22 45 32 00 • faks: 22 45 32 05 • iu@hio.no

Flg. 10 oppgaver teller likt!

Oppgave 1

Et logisk utsagn kalles en selvmotsigelse (eng: contradiction) hvis utsagnet alltid er usant. Gitt det sammensatte utsagnet

$$\neg(r \rightarrow (p \vee q))$$

Er dette en selvmotsigelse? Svaret skal begrunnes!

Oppgave 2

La A , B og C være vilkårlige mengder. Tegn Venn-digram og skravér mengden

$$A \cap ((B - C) \cup (C - B))$$

Oppgave 3

Gitt matrisene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ og } B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Finn $A + B$, A^T og AA^T. Obs. AA^T betyr A multiplisert med A^T og A^T er den transponerte (eng: transpose) til A.

Oppgave 4

Gitt flg. tall på binærform: 101010111100. Gjør om tallet til *i)* heksadesimal form, *ii)* oktal form og *iii)* desimal form.

Anta at vi bruker fast 8 biter og 2-komplement for å representere heltall, hvilket tall er da 11111111 ?

Begrunn svarene!

Oppgave 5

La A være mengden av de ikke-negative hele tall, dvs. A = {0, 1, 2, ... }. La $f : A \rightarrow A$ og $g : A \rightarrow A$ være funksjonene definert ved $f(n) = n \bmod 11$ og $g(n) = n \; div \; 11$.

i) Finn $f(n)$ og $g(n)$ for n = 22, 23 og 33 .
ii) Finn verdimengden V_f til funksjonen f og verdimengden V_g til funksjonen g. *iii)* Er f en til en (eng: one-to-one)? Er f på (eng: onto)? Er g en til en? Er g på?

Svarene skal begrunnes!

Oppgave 6

Bruk induksjon til å vise at 6 går opp i $n^3 - n$ for alle ikke negative heltall n.

Oppgave 7

Gitt differensligningen $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$, $a_0 = 0$, $a_1 = 1$. Finn a_2 og a_3. Finn en formel for a_n. Finn a_{10}.

Oppgave 8

Et passord til et datasystem skal inneholde nøyaktig 5 tegn. Lovlige tegn er de 26 bokstavene A – Z og sifrene 0 – 9. Passordet skal starte med en bokstav. Hvor mange forskjellige passord kan lages? Hvor mange forskjellige passord er det som har nøyaktig to siffer? Hvor mange forskjellige passord er det som har minst ett siffer?

Oppgave 9

Husk at hvis A og B er to logiske matriser, så står $A \odot B$ for det logiske (eller boolske) matriseproduktet (eng: the Boolean product of A and B). Vi definerer at $A^{[1]} = A$, $A^{[2]} = A \odot A$ og $A^{[3]} = A^{[2]} \odot A = A \odot A \odot A$.

Gitt den logiske matrisen $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Da er $A^{[2]} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.

Finn matrisene $A^{[1]} \vee A^{[2]}$ og $A^{[1]} \vee A^{[2]} \vee A^{[3]}$.

Oppgave 10

La $A = \{1, 2, 3\}$ og R relasjonen på A gitt ved $R = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$.

Tegn grafen til relasjonen og sett opp dens matrise.

I hvert av følgende spørsmål skal du ta utgangspunkt i R slik den er gitt over.

i) Hvilke tallpar må vi ta med i tillegg for å få en refleksiv relasjon?
ii) Hvilke tallpar må vi ta med i tillegg for å få en symmetrisk relasjon?
iii) Hvilke tallpar må vi ta med i tillegg for å få en antisymmetrisk relasjon?
iv) Hvilke tallpar må vi ta med i tillegg for å få en transitiv relasjon?

Svarene skal begrunnes!