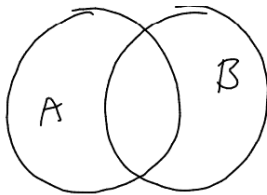


Inklusjon – Eksklusjon

Dette avsnittet inneholder litt repetisjon.

Antall elementer i en union av mengder.

1. Antall elementer i to mengder A og B:



$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

Eksempel

Hvor mange av tallene fra 1 til 100 er delelig med 3 eller 4?

A: Delelig med 3: $|A| = 100 \text{ div } 3 = \left\lfloor \frac{100}{3} \right\rfloor = 33$

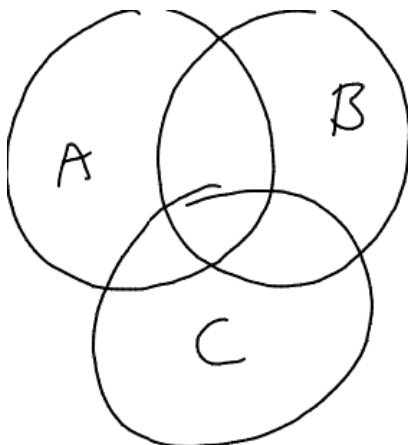
B: Delelig med 4: $|B| = 100 \text{ div } 4 = \lfloor 25 \rfloor = 25$

$A \cap B$: Delelig med både 3 og 4, dvs. med $\text{lcm}(3, 4) = 12$:

$|A \cap B| = 100 \text{ div } 12 = \left\lfloor \frac{100}{12} \right\rfloor = 8$

Svar: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 33 + 25 - 8 = \underline{50}$

2. Antall elementer i tre mengder A, B og C:



$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Eksempel

Hvor mange av tallene fra 1 til 100 er delelig med 5, 7 eller 9?

$$|A| = 100 \operatorname{div} 5 = \left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor = 20$$

$$|B| = 100 \operatorname{div} 7 = \left\lfloor \frac{100}{7} \right\rfloor = 14$$

$$|C| = 100 \operatorname{div} 9 = \left\lfloor \frac{100}{9} \right\rfloor = 11$$

$$|A \cap B| = 100 \operatorname{div} \operatorname{lcm}(5,7) = 100 \operatorname{div} 5 \cdot 7 = \left\lfloor \frac{100}{35} \right\rfloor = 2$$

$$|A \cap C| = 100 \operatorname{div} \operatorname{lcm}(5,9) = 100 \operatorname{div} 5 \cdot 9 = \left\lfloor \frac{100}{45} \right\rfloor = 2$$

$$|C \cap B| = 100 \operatorname{div} \operatorname{lcm}(7,9) = 100 \operatorname{div} 7 \cdot 9 = \left\lfloor \frac{100}{63} \right\rfloor = 1$$

$$|A \cap B \cap C| = 100 \operatorname{div} \operatorname{lcm}(5,7,9) = 100 \operatorname{div} 5 \cdot 7 \cdot 9 = \left\lfloor \frac{100}{315} \right\rfloor = 0$$

$$\text{Svar: } |A \cup B \cup C| = 20 + 14 + 11 - 2 - 2 - 1 + 0 = \underline{\underline{40}}$$

3. Antall elementer i fire mengder:

$$|A \cup B \cup C \cup D| =$$

$$|A| + |B| + |C| + |D|$$

$$-|A \cap B| - |A \cap C| - |A \cap D| - |B \cap C| - |B \cap D| - |C \cap D|$$

$$+|A \cap B \cap C| + |A \cap B \cap D| + |A \cap C \cap D| + |B \cap C \cap D|$$

$$-|A \cap B \cap C \cap D|$$

Ser du et mønster?